Mathématiques et Géographie Urbaine

Zinsmeister Michel, IDP Université d'Orléans

Rencontres des Jeunes Chercheurs Africains en France, IHP,
5 décembre 2022

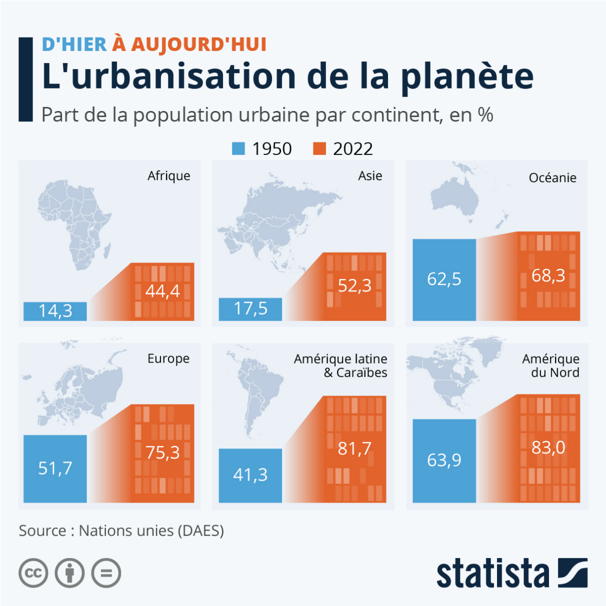
I.L'inéxorable urbanisation de la planète

1. 1900: 10% de la population mondiale vit en ville.

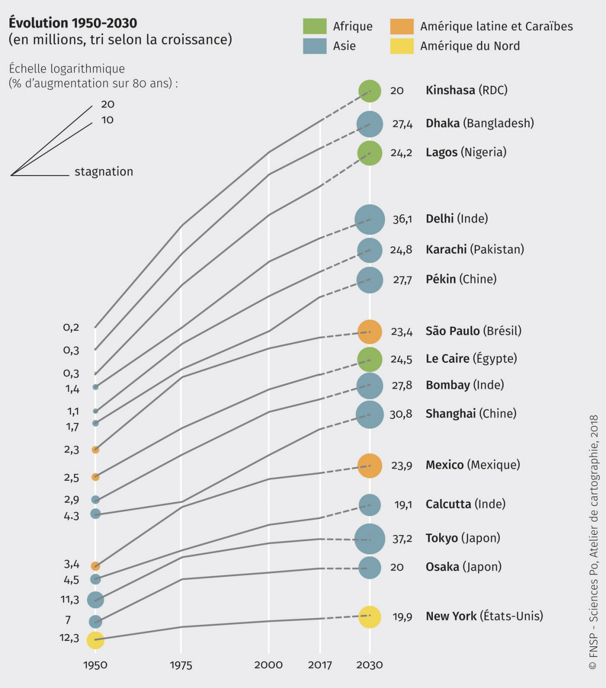
1. 1900: 10% de la population mondiale vit en ville.
2. 2022: la proportion passe à 54%.

1. 1900: 10% de la population mondiale vit en ville.
2. 2022: la proportion passe à 54%.
3. 2030 (projection): 66%

1. 1900: 10% de la population mondiale vit en ville.
2. 2022: la proportion passe à 54%.
3. 2030 (projection): 66%
4. (ONU): La gestion des zônes urbaines est le défi de développement le plus important du 21° siècle.


D'HIER À AUJOURD'HUI
L'urbanisation de la planète
Part de la population urbaine par continent, en %
1950
2022
Afrique
14,3
44,4
Asie
17,5
52,3
Océanie
62,5
68,3
Europe
51,7
75,3
Amérique latine & Caraïbes
41,3
81,7
Amérique du Nord
63,9
83,0
Source : Nations unies (DAES)
statista

Les agglomérations les plus peuplées en 2018


Évolution 1950-2030
(en millions, tri selon la croissance)
Afrique
Amérique latine et Caraïbes
Asie
Amérique du Nord
Échelle logarithmique
(% d'augmentation sur 80 ans) :
20
10
stagnation
0,2
0,3
0,3
1,4
1,1
1,7
2,3
2,5
2,9
4.3
3,4
4,5
11,3
7
12,3
1950
1975
2000
2017
2030
20 Kinshasa (RDC)
27,4 Dhaka (Bangladesh)
24,2 Lagos (Nigeria)
36,1 Delhi (Inde)
24,8 Karachi (Pakistan)
27,7 Pékin (Chine)
23,4 São Paulo (Brésil)
24,5 Le Caire (Égypte)
27,8 Bombay (Inde)
30,8 Shanghai (Chine)
23,9 Mexico (Mexique)
19,1 Calcutta (Inde)
37,2 Tokyo (Japon)
20 Osaka (Japon)
19,9 New York (États-Unis)
© FNSP - Sciences Po, Atelier de cartographie, 2018

Différents types d'urbanisation

1. Chongqing (Chine) 32 800 000 habitants.

Différents types d'urbanisation

2. Chicago (USA)2 700 000 habitants.

Différents types d'urbanisation

3. Sao Paulo (Brésil) 19 000 000 habitants

Différents types d'urbanisation

4. Lagos (Nigéria) 21 000 000 habitants.

II. Existe-t-il une Science des villes?

Existe-t-il une science des Villes?

- Y a t il des lois universelles de la croissance des villes, malgré la diversité physique (présence ou nom de fleuve ou de mer, de montagnes, de ressources en eau etc...)?
- Que doit on étudier? Les villes en tant que telles, ou les villes en réseau? Inclure l'économie et les échanges en général?
- Quel serait le but d'une science des villes? Une simple prospective ou bien un outil pour construire des villes idéales?

Existe-t-il une science des Villes?

- Y a t il des lois universelles de la croissance des villes, malgré la diversité physique (présence ou nom de fleuve ou de mer, de montagnes, de ressources en eau etc...)?
- Que doit on étudier? Les villes en tant que telles, ou les villes en réseau? Inclure l'économie et les échanges en général?
- Quel serait le but d'une science des villes? Une simple prospective ou bien un outil pour construire des villes idéales?

Existe-t-il une science des Villes?

- Y a t il des lois universelles de la croissance des villes, malgré la diversité physique (présence ou nom de fleuve ou de mer, de montagnes, de ressources en eau etc...)?
- Que doit on étudier? Les villes en tant que telles, ou les villes en réseau? Inclure l'économie et les échanges en général?
- Quel serait le but d'une science des villes? Une simple prospective ou bien un outil pour construire des villes idéales?

Une loi universelle: la loi de Zipf

- Loi de Zipf: on classe les villes d'un pays par leur population, ce qui donne un sens au rang de cette ville.
- La loi de Zipf dit que le log du rang est une fonction affine décroissante du log de la population.

Une loi universelle: la loi de Zipf

- Loi de Zipf: on classe les villes d'un pays par leur population, ce qui donne un sens au rang de cette ville.
- La loi de Zipf dit que le log du rang est une fonction affine décroissante du log de la population.

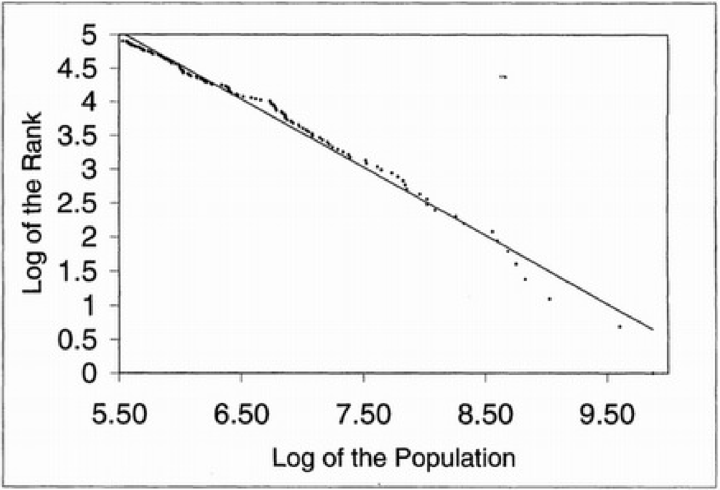


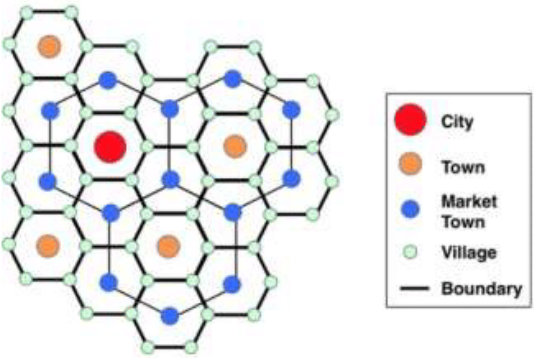
FIGURE I

Log Size versus Log Rank of the 135 largest U. S. Metropolitan Areas in 1991

Source: Statistical Abstract of the United States [1993].

Réseaux

- Un exemple historique d'étude des villes en réseau: la théorie de la place centrale de Christaller.



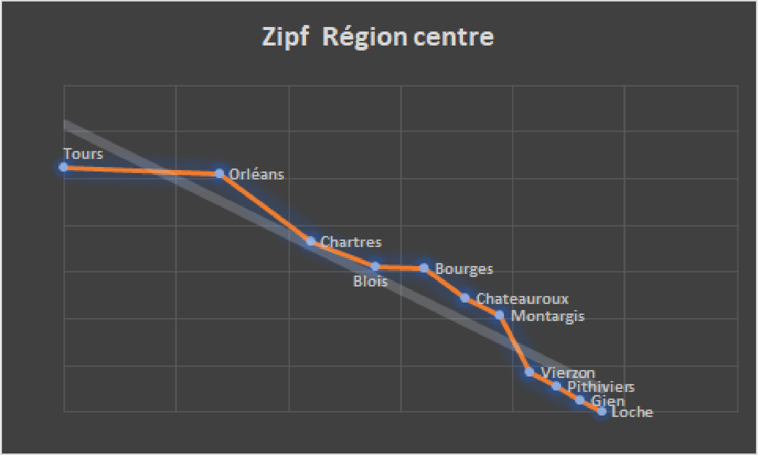
Réseaux


Population density in 2010
(people per km²)
Below 10
10–50
50–100
100–500
500–1,000
Above 1,000
Urban population
Below 200,000
200,000–500,000
500,000–1 million
1 million–2 million
2 million–5 million
Above 5 million
CHINA
36% of the nation's land supports 96% of the population.

Réseaux: le cas de la région Centre

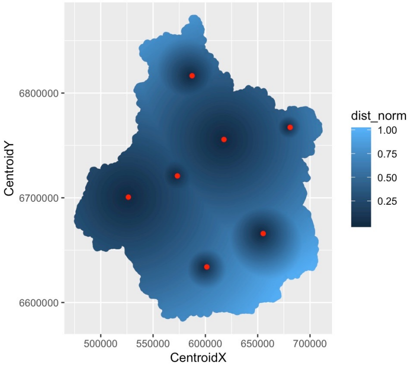
(Travail avec Athanasios Batakis et Nguyen Thi Thuy Nga).

Réseaux:le cas de la région Centre



Réseaux:le cas de la région Centre

- La compétition entre les villes et leur "bassin d'attraction" sont modélisés par des diagramme de Voronoï.

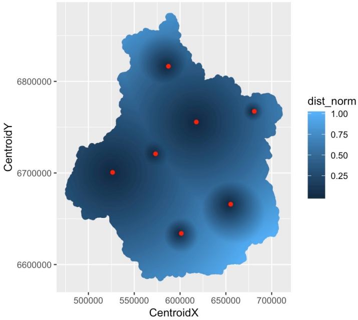


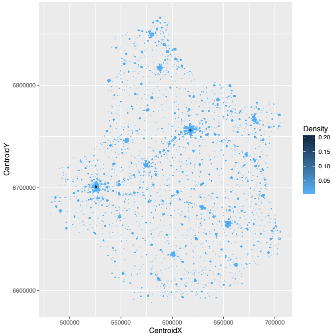
Réseaux:le cas de la région Centre

- Utilisant l'attractivité, on calcule l'évolution estimée de la densité de bâti.

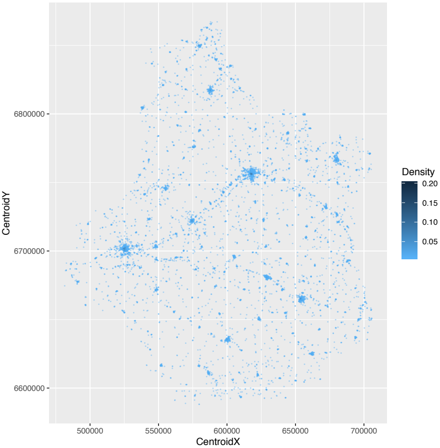
Réseaux:le cas de la région Centre

- Utilisant l'attractivité, on calcule l'évolution estimée de la densité de bâti.
- On utilise enfin cette densité pour représenter les villes.





Réseaux:le cas de la région Centre



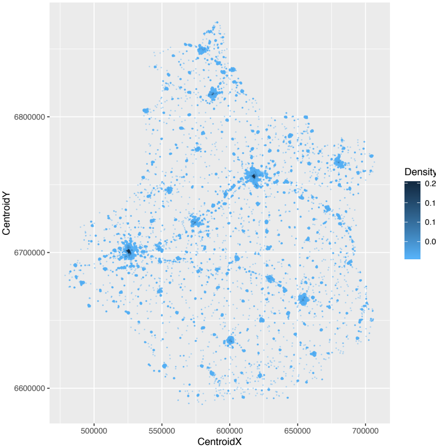


Figure: : gauche: 1950, droite: simulation pour 2050

La loi de Clark-Alonso

- La densité de population décroît exponentiellement avec la distance au centre de la ville.

La loi de Clark-Alonso

- La densité de population décroît exponentiellement avec la distance au centre de la ville.
- Vérifiée expérimentalement par Clark (1951).

La loi de Clark-Alonso

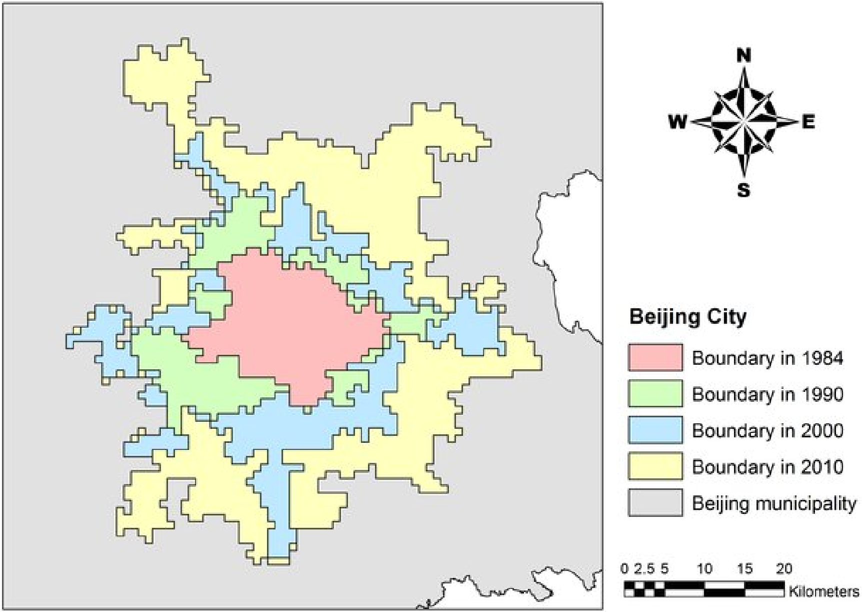
- La densité de population décroît exponentiellement avec la distance au centre de la ville.
- Vérifiée expérimentalement par Clark (1951).
- Expliquée par des considérations économiques par Alonso (1964).

La loi de Clark-Alonso

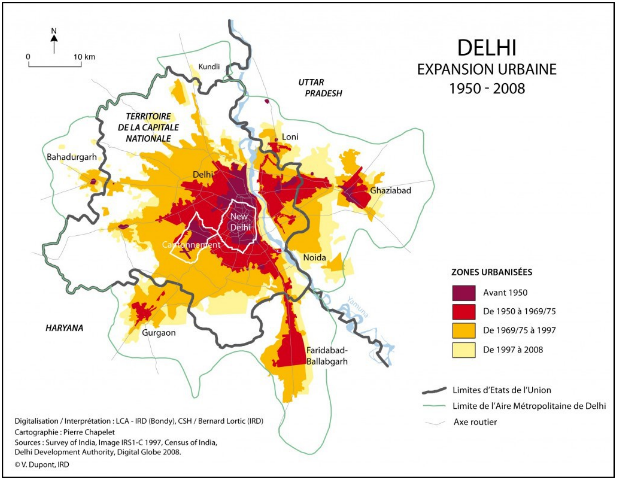
- La densité de population décroît exponentiellement avec la distance au centre de la ville.
- Vérifiée expérimentalement par Clark (1951).
- Expliquée par des considérations économiques par Alonso (1964).
- Joue un grand rôle dans les simulations de croissance des villes.

III. Comment poussent les villes?

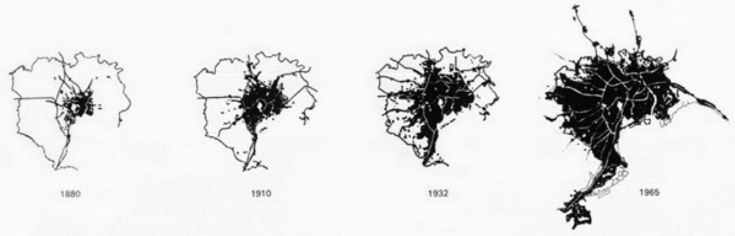
Beijing: 21 540 000 habitants



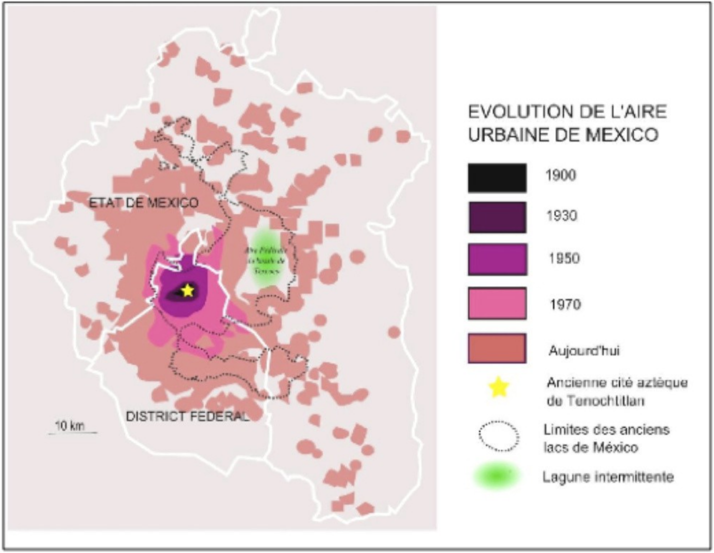
Delhi 16 787 000 habitants.



Tokyo: 37 400 000 habitants

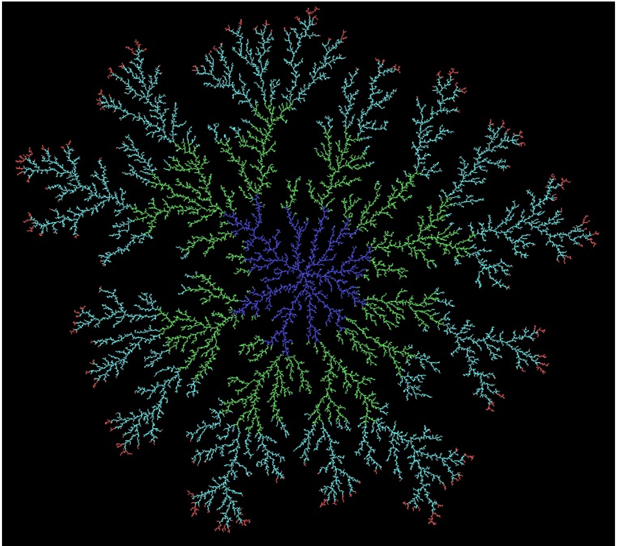


Mexico City


EVOLUTION DE L'AIRE URBAINE DE MEXICO
1900
1930
1950
1970
Aujourd'hui
Ancienne cité aztèque de Tenochtitlan
Limites des anciens lacs de México
Lagune intermittente
ETAT DE MEXICO
DISTRICT FEDERAL
10 km

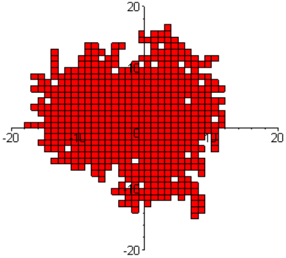
Modèles de croissance

Le modèle DLA:



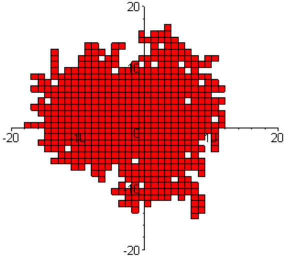
Modèles de croissance

- On passe du cluster au temps n à celui du temps $n+1$ en ajoutant au hasard un point du réseau qui touche le cluster.
- Avec quelle loi?
- Si on prend la loi uniforme, c'est le modèle d'Eden.



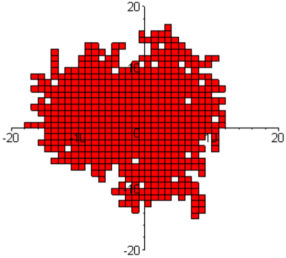
Modèles de croissance

- On passe du cluster au temps n à celui du temps $n+1$ en ajoutant au hasard un point du réseau qui touche le cluster.
- Avec quelle loi?
- Si on prend la loi uniforme, c'est le modèle d'Eden.



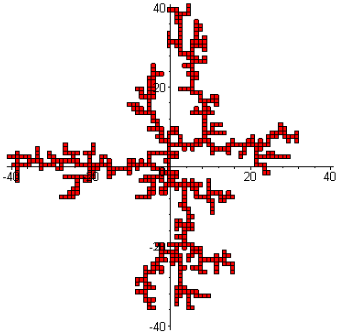
Modèles de croissance

- On passe du cluster au temps n à celui du temps $n + 1$ en ajoutant au hasard un point du réseau qui touche le cluster.
- Avec quelle loi?
- Si on prend la loi uniforme, c'est le modèle d'Eden.



Modèles de croissance

- Si on prend comme loi la mesure harmonique, c'est le modèle DLA.



Modèles de croissance

- $G(z) = G(z, \infty)$ étant la fonction de Green du complémentaire du cluster,

Modèles de croissance

- $G(z) = G(z, \infty)$ étant la fonction de Green du complémentaire du cluster,
- le modèle d'Eden correspond à la loi $|\nabla G|^0 ds/L$, où L désigne la longueur du cluster,

Modèles de croissance

- $G(z) = G(z, \infty)$ étant la fonction de Green du complémentaire du cluster,
- le modèle d'Eden correspond à la loi $|\nabla G|^0 ds/L$, où L désigne la longueur du cluster,
- tandis que le DLA correspond à la loi $|\nabla G|^1 ds$.

Modèles de croissance

- $G(z) = G(z, \infty)$ étant la fonction de Green du complémentaire du cluster,
- le modèle d'Eden correspond à la loi $|\nabla G|^0 ds/L$, où L désigne la longueur du cluster,
- tandis que le DLA correspond à la loi $|\nabla G|^1 ds$.
- les modèles DBM (dielectric breakdown model) interpolent entre les deux: ils correspondent aux lois $|\nabla G|^\alpha ds$ normalisées.

Modèles de croissance

- $G(z) = G(z, \infty)$ étant la fonction de Green du complémentaire du cluster,
- le modèle d'Eden correspond à la loi $|\nabla G|^0 ds/L$, où L désigne la longueur du cluster,
- tandis que le DLA correspond à la loi $|\nabla G|^1 ds$.
- les modèles DBM (dielectric breakdown model) interpolent entre les deux: ils correspondent aux lois $|\nabla G|^\alpha ds$ normalisées.
- Certains auteurs utilisent des modèles DBM pour modéliser la croissance des villes, mais ils entrent en contradiction avec la loi de Clark-Alonso.

Modèles de croissance

- L'inconvenient majeur du modèle DBM est sa difficulté à simuler.
- L'idée de Hastings et Levitov a été de garder un modèle avec marcheur aléatoire (facile à simuler) mais de modifier le modèle DLA dans le sens que le marcheur n'ajoute pas une cellule du réseau mais une réunion de cellules variable.
- La taille de l'objet ajouté est $|\nabla G(z)|^\alpha$ et $\alpha \in [0, 2]$.
- Hastings et Levitov considèrent $HL(\alpha)$ comme un substitut de $DBM(\alpha - 1)$.
- Et donc $HL(1) \sim Eden, \; HL(2) \sim DLA$.

Modèles de croissance

- L'inconvenient majeur du modèle DBM est sa difficulté à simuler.
- L'idée de Hastings et Levitov a été de garder un modèle avec marcheur aléatoire (facile à simuler) mais de modifier le modèle DLA dans le sens que le marcheur n'ajoute pas une cellule du réseau mais une réunion de cellules variable.
- La taille de l'objet ajouté est $|\nabla G(z)|^{\alpha}$ et $\alpha \in [0, 2]$.
- Hastings et Levitov considèrent $HL(\alpha)$ comme un substitut de $DBM(\alpha - 1)$.
- Et donc $HL(1) \sim Eden$, $HL(2) \sim DLA$.

Modèles de croissance

- L'inconvenient majeur du modèle DBM est sa difficulté à simuler.
- L'idée de Hastings et Levitov a été de garder un modèle avec marcheur aléatoire (facile à simuler) mais de modifier le modèle DLA dans le sens que le marcheur n'ajoute pas une cellule du réseau mais une réunion de cellules variable.
- La taille de l'objet ajouté est $|\nabla G(z)|^{\alpha}$ et $\alpha \in [0, 2]$.
- Hastings et Levitov considèrent $HL(\alpha)$ comme un substitut de $DBM(\alpha - 1)$.
- Et donc $HL(1) \sim Eden$, $HL(2) \sim DLA$.

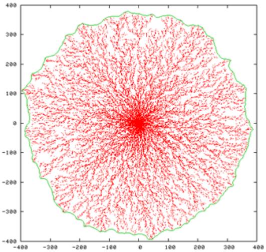
Modèles de croissance

- L'inconvenient majeur du modèle DBM est sa difficulté à simuler.
- L'idée de Hastings et Levitov a été de garder un modèle avec marcheur aléatoire (facile à simuler) mais de modifier le modèle DLA dans le sens que le marcheur n'ajoute pas une cellule du réseau mais une réunion de cellules variable.
- La taille de l'objet ajouté est $|\nabla G(z)|^{\alpha}$ et $\alpha \in [0, 2]$.
- Hastings et Levitov considèrent $HL(\alpha)$ comme un substitut de $DBM(\alpha - 1)$.
- Et donc $HL(1) \sim Eden$, $HL(2) \sim DLA$.

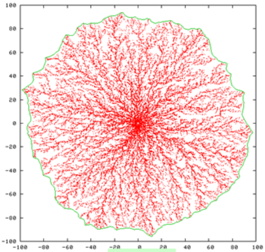
Modèles de croissance

- L'inconvenient majeur du modèle DBM est sa difficulté à simuler.
- L'idée de Hastings et Levitov a été de garder un modèle avec marcheur aléatoire (facile à simuler) mais de modifier le modèle DLA dans le sens que le marcheur n'ajoute pas une cellule du réseau mais une réunion de cellules variable.
- La taille de l'objet ajouté est $|\nabla G(z)|^\alpha$ et $\alpha \in [0, 2]$.
- Hastings et Levitov considèrent $HL(\alpha)$ comme un substitut de $DBM(\alpha - 1)$.
- Et donc $HL(1) \sim Eden,\ HL(2) \sim DLA$.

Modèles de croissance



$\alpha = 0{,}5$

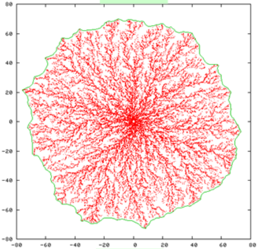


$\alpha = 0{,}8$

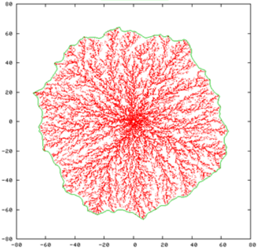
20000

$\lambda_0 = 0{,}002$

$a = 0{,}8$

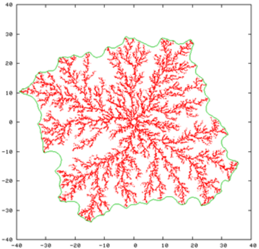


$\alpha = 0{,}9$

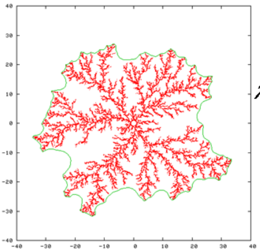


$\alpha = 0{,}95$

Modèles de croissance



$\alpha = 1{,}5$

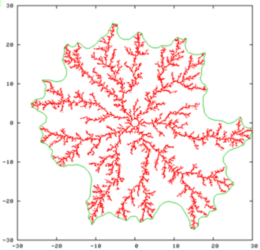


$\alpha = 1{,}7$

20000

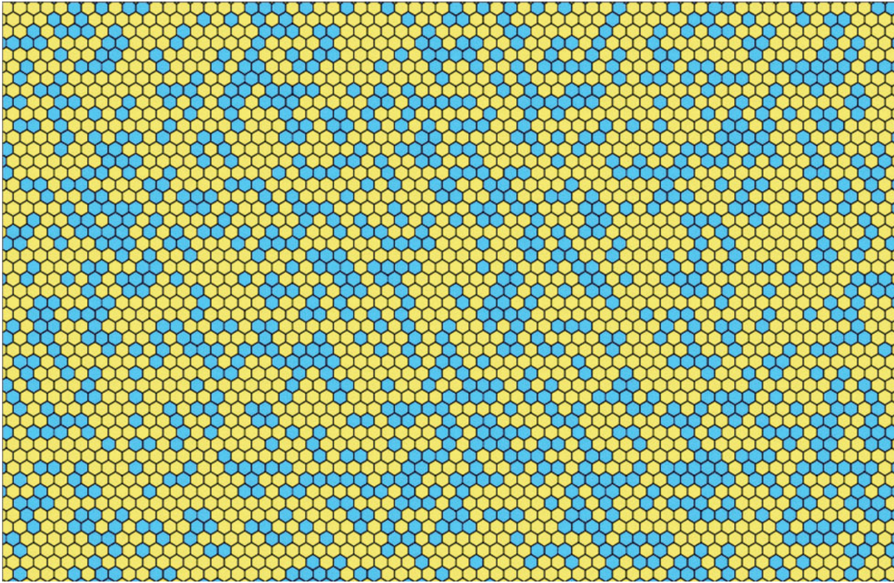
$\lambda_0 = 0{,}002$

$a = 0{,}8$



$\alpha = 2$

Percolation



Percolation

- On considère une pièce biaisée qui donne pile avec probabilité p.

Percolation

- On considère une pièce biaisée qui donne pile avec probabilité p.
- On lance la pièce pour chaque cellule du réseau hexagonal et on la colore en jaune si c'est pile, en bleu sinon.

Percolation

- On considère une pièce biaisée qui donne pile avec probabilité p.
- On lance la pièce pour chaque cellule du réseau hexagonal et on la colore en jaune si c'est pile, en bleu sinon.
- Si $p > 1/2$ alors p.s. il y a cluster infini jaune.

Percolation

- On considère une pièce biaisée qui donne pile avec probabilité p.
- On lance la pièce pour chaque cellule du réseau hexagonal et on la colore en jaune si c'est pile, en bleu sinon.
- Si $p > 1/2$ alors p.s. il y a cluster infini jaune.
- Si $p \leq 1/2$ alors p.s. il n'y a pas de cluster infini.

Percolation en gradient

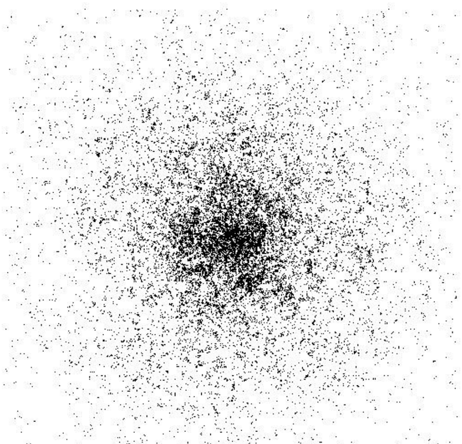
- C'est le même principe sauf que la probabilité p est maintenant une fonction décroissante de la distance à l'origine.

Percolation en gradient

- C'est le même principe sauf que la probabilité p est maintenant une fonction décroissante de la distance à l'origine.
- Il apparait alors un cluster dont le bord se situe près de là où $p(r) = 1/2$.

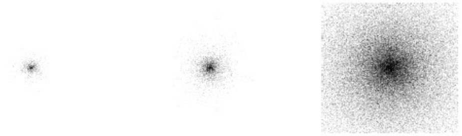
Percolation en gradient

- C'est le même principe sauf que la probabilité p est maintenant une fonction décroissante de la distance à l'origine.
- Il apparait alors un cluster dont le bord se situe près de là où $p(r) = 1/2$.



Percolation en gradient et modélisation des villes

On prend $p(z) = e^{-\lambda r}$ afin d'être compatible avec la loi de Clark-Alonso et on fait varier λ.



(a) $\lambda = 0.1$ (b) $\lambda = 0.05$ (c) $\lambda = 0.01$

Figure 4.9: Gradient percolation with different exponential functions of probability $p(r) = e^{-\lambda r}$ and λ on square lattice of size 501×501.

Percolation corrélée en gradient et modélisation des villes

- L'idée de Makse etal est de considérer une percolation corrélée.
- Sur chaque site i on place de façon indépendante une variable normale centrée réduite X_i.
- Avec ce vecteur Gaussien on fabrique un nouveau, soit (Y_i), dont la matrice de corrélation est $((1 + d(i,j)^2)^{-\alpha/2})$ où α est un paramètre > 0.
- Si F_i désigne la fonction de répartition de Y_i, on considère la variable aléatoire $p_i = F_i(Y_i)$ de loi uniforme sur $[0, 1]$.
- On engage alors le processus de percolation en comparant p_i à $e^{-\lambda r}$.

Percolation corrélée en gradient et modélisation des villes

- L'idée de Makse etal est de considérer une percolation corrélée.
- Sur chaque site i on place de façon indépendante une variable normale centrée réduite X_i.
- Avec ce vecteur Gaussien on fabrique un nouveau, soit (Y_i), dont la matrice de corrélation est $((1+d(i,j)^2)^{-\alpha/2})$ où α est un paramètre > 0.
- Si F_i désigne la fonction de répartition de Y_i, on considère la variable aléatoire $p_i = F_i(Y_i)$ de loi uniforme sur $[0,1]$.
- On engage alors le processus de percolation en comparant p_i à $e^{-\lambda r}$.

Percolation corrélée en gradient et modélisation des villes

- L'idée de Makse etal est de considérer une percolation corrélée.
- Sur chaque site i on place de façon indépendante une variable normale centrée réduite X_i.
- Avec ce vecteur Gaussien on fabrique un nouveau, soit (Y_i), dont la matrice de corrélation est $((1+d(i,j)^2)^{-\alpha/2})$ où α est un paramètre > 0.
- Si F_i désigne la fonction de répartition de Y_i, on considère la variable aléatoire $p_i = F_i(Y_i)$ de loi uniforme sur $[0,1]$.
- On engage alors le processus de percolation en comparant p_i à $e^{-\lambda r}$.

Percolation corrélée en gradient et modélisation des villes

- L'idée de Makse etal est de considérer une percolation corrélée.
- Sur chaque site i on place de façon indépendante une variable normale centrée réduite X_i.
- Avec ce vecteur Gaussien on fabrique un nouveau, soit (Y_i), dont la matrice de corrélation est $((1 + d(i,j)^2)^{-\alpha/2})$ où α est un paramètre > 0.
- Si F_i désigne la fonction de répartition de Y_i, on considère la variable aléatoire $p_i = F_i(Y_i)$ de loi uniforme sur $[0, 1]$.
- On engage alors le processus de percolation en comparant p_i à $e^{-\lambda r}$.

Percolation corrélée en gradient et modélisation des villes

- L'idée de Makse etal est de considérer une percolation corrélée.
- Sur chaque site i on place de façon indépendante une variable normale centrée réduite X_i.
- Avec ce vecteur Gaussien on fabrique un nouveau, soit (Y_i), dont la matrice de corrélation est $((1 + d(i,j)^2)^{-\alpha/2})$ où α est un paramètre > 0.
- Si F_i désigne la fonction de répartition de Y_i, on considère la variable aléatoire $p_i = F_i(Y_i)$ de loi uniforme sur $[0, 1]$.
- On engage alors le processus de percolation en comparant p_i à $e^{-\lambda r}$.

Percolation corrélée en gradient et modélisation des villes

- Avec ce modèle, λ peut se voir comme l'inverse du temps, ce qui permet de modéliser la croissance urbaine.

Percolation corrélée en gradient et modélisation des villes

- Avec ce modèle, λ peut se voir comme l'inverse du temps, ce qui permet de modéliser la croissance urbaine.
- Voici par exemple Berlin, réel et simulé:

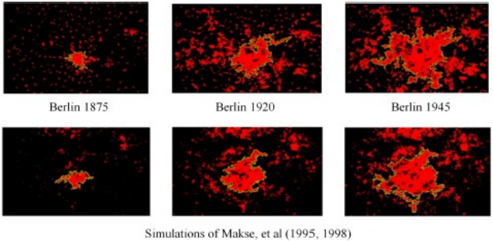


Figure 4.5: The results of simulation of Makse et al for Berlin city.

Percolation corrélée en gradient et modélisation des villes

- Le modèle est évidemment très souple et on peut remplacer la fonction $e^{-\lambda r}$ par une autre fonction tenant compte de particularités géographiques ou économiques de la ville.

Percolation corrélée en gradient et modélisation des villes

- Le modèle est évidemment très souple et on peut remplacer la fonction $e^{-\lambda r}$ par une autre fonction tenant compte de particularités géographiques ou économiques de la ville.
- Voici par exemple le cas d'une ville avec un fleuve jouant un rôle attractif.

(a) The river (b) CGP with $r_z = r_z^c + r_z^r$ (c) CGP with $r_z = r_z^c/5 + r_z^r$

Figure 4.11: Simulation of Correlation Gradient Percolation with the different functions of distance, $p(z) = e^{-0.009 r_z}$ and $\alpha = 0.05$ on the square lattice of size 1000×1000.

Percolation corrélée en gradient et modélisation des villes

- Plus généralement, afin d'avoir des simulations réalistes tenant compte d'une situation initiale donnée, on garde l'idée du champ gaussien corrélé mais on modifie la fonction la fonction de test.

Percolation corrélée en gradient et modélisation des villes

- Plus généralement, afin d'avoir des simulations réalistes tenant compte d'une situation initiale donnée, on garde l'idée du champ gaussien corrélé mais on modifie la fonction la fonction de test.
- On autorise en particulier cette fonction de test à dépendre du temps.

Percolation corrélée en gradient et modélisation des villes

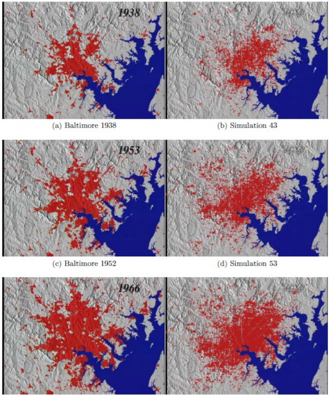
- Plus généralement, afin d'avoir des simulations réalistes tenant compte d'une situation initiale donnée, on garde l'idée du champ gaussien corrélé mais on modifie la fonction la fonction de test.
- On autorise en particulier cette fonction de test à dépendre du temps.
- Grosso modo on prend comme fonction test la densité locale qui se comporte comme la fonction de Makse etal d'après la loi de Clark-Alonso.

Percolation corrélée en gradient et modélisation des villes

- Le site de la NASA contient une foule de données sur la ville de Baltimore, qui ont été exploitées par Nguyen Thi Thuy Nga pour déterminer une fonction "centrale" et montrer des simulations assez réalistes.

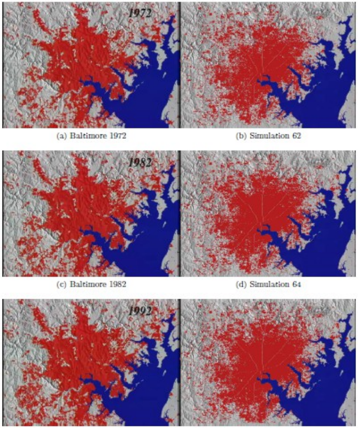
Percolation corrélée en gradient et modélisation des villes

- Le site de la NASA contient une foule de données sur la ville de Baltimore, qui ont été exploitées par Nguyen Thi Thuy Nga pour déterminer une fonction "centrale" et montrer des simulations assez réalistes.



(a) Baltimore 1938 (b) Simulation 43
(c) Baltimore 1952 (d) Simulation 53
(e) Baltimore 1966 (f) Simulation 56

Percolation corrélée en gradient et modélisation des villes



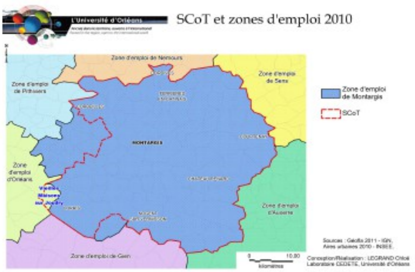
(a) Baltimore 1972 (b) Simulation 62

(c) Baltimore 1982 (d) Simulation 64

(e) Baltimore 1992 (f) Simulation 66

Modélisation de la ville de Montargis

Répondant à un appel d'offre, nous avons mené, en liaison avec un groupe de géographes et d'aménageurs du territoire, une étude approfondie de la région de Montargis.



Modélisation de la ville de Montargis

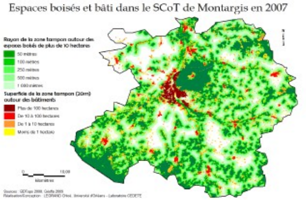
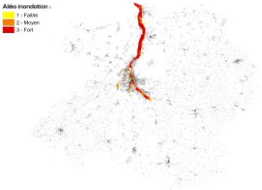


Figure 5.9: The forest area and the buildings of Montargis in 2007.



Modélisation de la ville de Montargis

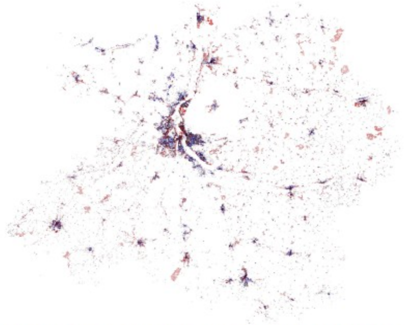


Figure 5.22: The overlap between of real (red) and simulation (blue) of Montargis 2008.

IV. Construire des Villes Durables

l'Accessibilité

- Afin de décarboner on veut minimiser les coûts de transport.

l'Accessibilité

- Afin de décarboner on veut minimiser les coûts de transport.
- On définit l'accessibilité d'une ville comme la somme de toutes les distances minimales entre paires de bâtiments de la ville.

l'Accessibilité

- Afin de décarboner on veut minimiser les coûts de transport.
- On définit l'accessibilité d'une ville comme la somme de toutes les distances minimales entre paires de bâtiments de la ville.
- Un exemple qui tend à diminuer cette accessibilité: la Diagonale de Barcelone.

l'Accessibilité

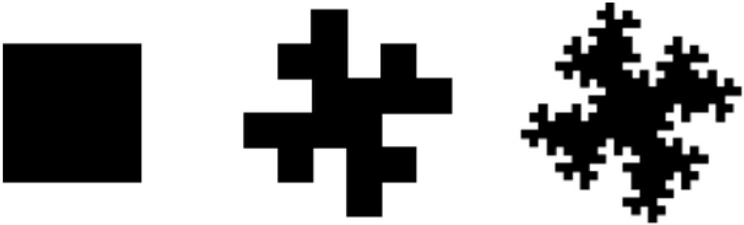
- Afin de décarboner on veut minimiser les coûts de transport.
- On définit l'accessibilité d'une ville comme la somme de toutes les distances minimales entre paires de bâtiments de la ville.
- Un exemple qui tend à diminuer cette accessibilité: la Diagonale de Barcelone.

l'Accessibilité

l'Accessibilité

Villes fractales

Dans la continuation des travaux de Christaller, Mandelbrot puis Frankhauser ont développé l'idée de villes fractales.

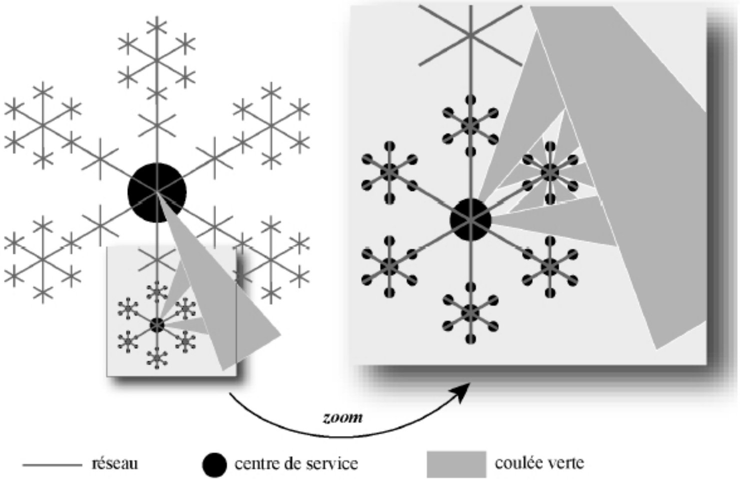


Ville carrée
bordure lisse

Téragone 1
bordure plus longue
(davantage de contacts bâti-non bâti)

Téragone 2
bordure encore plus longue

Villes fractales



Villes fractales

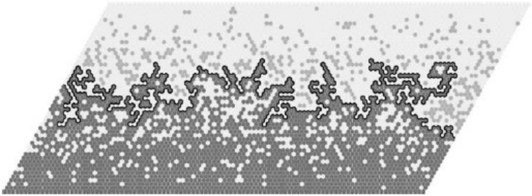
- Dans le cas de la percolation en gradient, Nolin a montré qu'on pouvait définir un front= le bord de la ville simulée.

Villes fractales

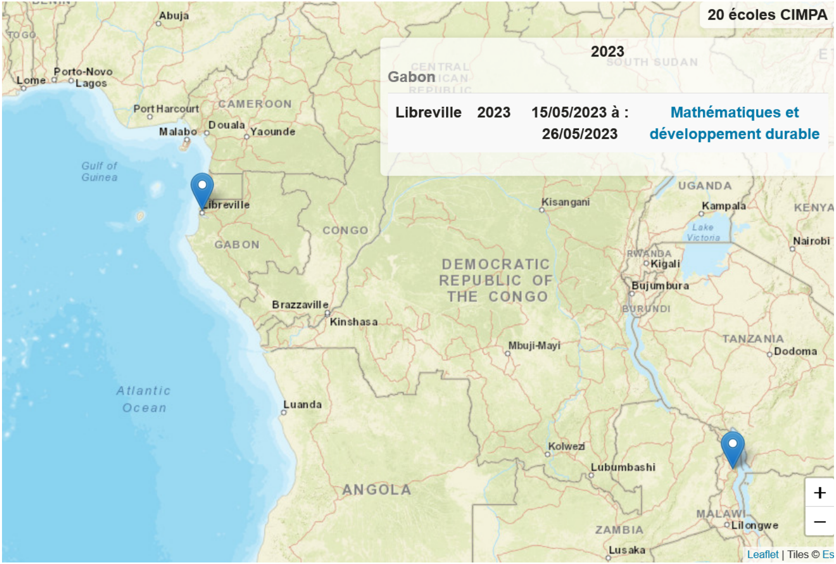
- Dans le cas de la percolation en gradient, Nolin a montré qu'on pouvait définir un front= le bord de la ville simulée.
- Généralisant les résultats de Smirnov il a montré que ce front est fractal de dimension $\frac{7}{4}$.

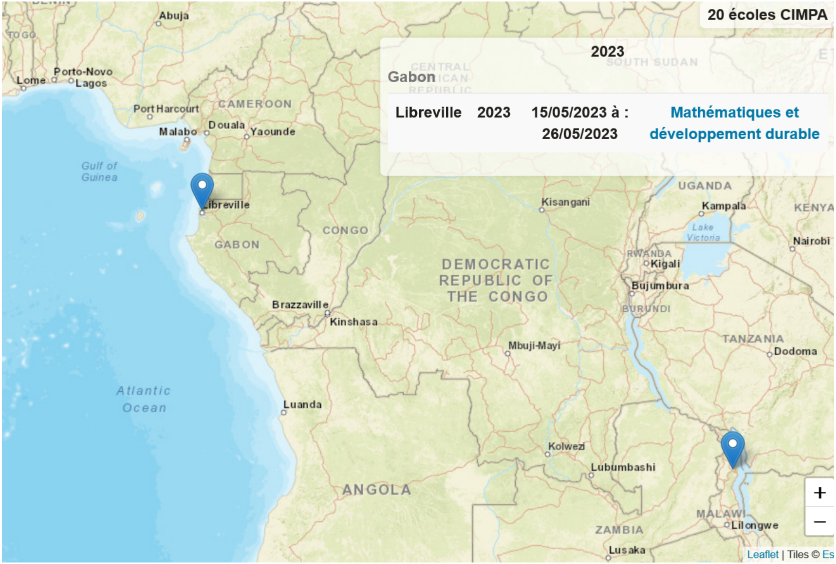
Villes fractales

- Dans le cas de la percolation en gradient, Nolin a montré qu'on pouvait définir un front= le bord de la ville simulée.
- Généralisant les résultats de Smirnov il a montré que ce front est fractal de dimension $\frac{7}{4}$.




Stanley Pool
Brazzaville
Congo River
Kinshasa
N


20 écoles CIMPA
2023
Gabon
Libreville 2023 15/05/2023 à : 26/05/2023 Mathématiques et développement durable
Abuja
TOGO
Porto-Novo
Lome
Lagos
Port Harcourt
CAMEROON
Malabo
Douala
Yaounde
Gulf of Guinea
Libreville
GABON
CONGO
SOUTH SUDAN
UGANDA
Kisangani
Kampala
KENYA
Lake Victoria
Nairobi
RWANDA
Kigali
Bujumbura
BURUNDI
DEMOCRATIC REPUBLIC OF THE CONGO
Brazzaville
Kinshasa
Mbuji-Mayi
TANZANIA
Dodoma
Atlantic Ocean
Luanda
Kolwezi
Lubumbashi
ANGOLA
MALAWI
Lilongwe
ZAMBIA
Lusaka
+
−
Leaflet | Tiles © Es



MERCI POUR VOTRE ATTENTION